Samenvatting Wiskunde Functies

Samenvatting door een scholier
3248 woorden
16 jaar geleden

4,9
130 keer beoordeeld

Vak	Wiskunde
Methode	Moderne wiskunde

Lineair
Eerst vullen we de standaardvorm in. De standaardvorm is y=x. Dus we vullen in: x=1. Dat is namelijk hetzelfde als 1. Dan hoef je niet 1x te schrijven, maar gewoon x. B is dus 0, want we moeten de andere parameter variëren. Je ziet dat de grafiek een rechte lijn wordt, met als vaste toename +1. Er is hier geen waarde voor parameter b, omdat de variabele b 0 is. Dus komt er steeds 1 bij. De standaardvorm is dus de blauwe lijn in de grafiek.

Daarna hebben we in plaats van variabele x, variabele –x genomen. Nu is de formule dus y= -x. Weer is parameter b 0, omdat je die niet hoeft te variëren, het gaat hier juist om parameter a. De groene lijn in de grafiek laat de formule y= -x zien. Eigenlijk is het precies dezelfde grafiek, maar dan net de andere kant op, omdat x niet positief is, maar negatief. Er komt dus geen 1 bij, maar er gaat per stapje op de x-as 1 af.

Deze twee grafieken vormen samen een kruis, ze snijden elkaar alleen bij de oorsprong, de 0-waarde van de y-as. Ook zijn deze twee grafieken symmetrisch aan elkaar. Daar kun je achterkomen als je een spiegeltje op de y-as of x-as zet. Je ziet dan dat deze twee grafieken spiegelbeeld van elkaar zijn.

Je kan op twee manieren y= -x krijgen uit de standaardvorm. De standaardvorm is y= x. Dus je kunt voor variabele x een negatief getal invullen, dus bijvoorbeeld x= –3. De regel is: negatief * positief = negatief. –3 . 1 = -3. Dus je hebt hier een negatief getal uit gekregen, door voor variabele x een negatief getal te kiezen, omdat negatief keer positief negatief is. Dit is de eerste manier.
Nu de tweede manier. Dan moet je nagaan op welke manier je nog meer een negatief getal uit y=x kan krijgen.

Als je naar deze grafiek kijkt, zie je een waaier. Het valt ook op dat alle grafieken door de oorsprong gaan. Het is logisch dat alle grafieken door de oorsprong gaan, omdat je met parameter "b" het snijpunt met de y-as bepaald. Omdat wij die parameter bij deze opdracht niet gebruiken, gaan alle grafieken door de oorsprong.
Ook valt het op dat deze grafieken spiegelbeeld zijn. Ook in dit geval geldt: als je een spiegeltje op de y-as of x-as zal zetten, zul je kunnen bewijzen dat de grafieken spiegelbeeld van elkaar zijn. De grootste getallen stijgen het snelst, en de kleinste getallen dalen het snelst.

Als je parameter “a” instelt als 1, kan je gewoon x schrijven. Dat is zo omdat “a” in dat geval gelijk is aan 1. Hierboven zie je grafieken met hetzelfde hellingsgetal, alleen verschillende snijpunten met de y-as. Die verschillende snijpunten met de y-as kan je kan je krijgen door een getal in te vullen in parameter “b”. Het getal dat je invult wordt het snijpunt met de y-as.
B wordt in grafieken dus startgetal genoemd.

Kwadratisch
De formule met de positieve “x2 “ heeft alleen maar positieve uitkomsten bij de y-as. Dat is zo omdat als je een positieve “x2” hebt, kun je geen negatieve uitkomsten op de y-as krijgen. Het is een parabool geworden. Dat is de grafiek die bij kwadratische formules hoort. Het is een dalparabool, hij daalt namelijk. Een x2 geeft een dalparabool, en een –x2 geeft een bergparabool, dat is een stijgende parabool.

De formule met de negatieve x2 heeft alleen maar negatieve uitkomsten, en gaat niet boven de 0 uit. Dit is een bergparabool, omdat hij stijgt. Dat komt omdat je geen positieve getallen uit een negatief x2 kunt halen. Deze parabool is precies het spiegelbeeld van de parabool bij de formule: y=x2 . Dat is zo omdat er dezelfde waarden zijn ingevuld. Alleen doordat de ene parabool positieve uitkomsten heeft, en de andere negatieve uitkomsten, zijn ze het spiegelbeeld van elkaar. Dat zie je duidelijk als je een spiegeltje op de y-as of de x-as zet.

Als “x2” negatief is wordt de parabool dus een berg, als “x2” positief is wordt de parabool dus een dal.

Je kan de grafiek van y= -x2 krijgen met de formule y= x2 door in de formule met de positieve “x2” een negatief getal voor variabele “x” in te vullen. Dan wordt het namelijk negatief, omdat: negatief * positief = negatief. Hierboven zie je 1 grafiek, en twee formules. Dat komt omdat we hebben uitgeprobeerd hoe de twee grafieken gelijk zijn. En als de grafieken gelijk zijn, lopen ze over elkaar heen. Daarom zie je maar 1 grafiek, een bergparabool, en dat is dezelfde grafiek als de grafiek van de formule: y = -x2 .

Bij deze grafiek hebben we parameter “b” gevarieerd. Als waarden hebben we genomen:
B=7
B=4
B= -2
B= -5
We hebben een klein positief getal en een groot positief getal gekozen en een klein negatief getal en een groter negatief getal. Zo hebben we veel variatie in de waarden en kun je goed de veranderingen waarnemen. Je ziet dat de negatieve waarden voor parameter “b” een positieve waarde snijden bij de x-as. Bij de positief ingevulde getallen is het andersom. Dat komt doordat de grotere (positieve) getallen meer naar links liggen, waar ook de negatieve getallen liggen. Dat ze meer naar links zijn verschoven, komt omdat parameter “b” groter is, en die verschuift de parabool naar links of naar rechts. Je ziet ook dat alle toppen onder de x-as liggen. Dat is zo omdat alle grafieken snijpunten hebben bij de x-as en dan ligt de top er dus onder, omdat het dalparabolen zijn. Ook snijden alle grafieken de oorsprong. Dat komt omdat je met parameter “c” de grafiek hoger of lager de y-as kan laten snijden. Dus je kunt eigenlijk de grafiek naar boven of naar beneden verplaatsen met parameter “c”. Omdat we deze parameter niet

gebruiken, snijden alle grafieken de oorsprong.
Het zijn allemaal dalparabolen. Dat komt omdat er geen – voor het x2 staat, en dus wordt het geen bergparabool.

Met de variabele “c” beslis je de hoogte van de parabool op de y-as, door middel van het snijpunt van de grafiek met de y-as. Dat hebben we onderzocht met behulp van een grafiek. Als voor de variabele “c” een negatief getal wordt ingevuld dan wordt het snijpunt met de y-as dus positief (min * min = plus) De parabool komt dus dan ook automatisch hoger te liggen op de y-as. De parabool heeft geen snijpunten met de x-as. Als de waarde voor variabele “c” positief is dan wordt het dus negatief (min * plus = min) Het snijpunt met de y-as wordt negatief, en dan krijg je snijpunten met de x-as, omdat de hele parabool dan lager ligt.
Omdat er geen – voor het x2 , en het x2 dus positief is, wordt de parabool een dal parabool en daalt hij dus.

We gaan nu de snijpunten van de parabool met de groene kleur nagaan. We gaan de snijpunten vinden met de abcformule. Dat is makkelijker in dit geval.

x = -b ± ☺(b^2 - 4ac)
2a
Rechts in het tabelletje zie je de abcformule
A= 1 B=0 C=–5

Discriminant=02 – 4. 1. –5 = 20
-0+(wortel) 20 ≈ 2,24 -0–(wortel)20 ≈ – 2,24
2 2

De top is sowieso (0,..) want bij deze formule heb de variabele “b” niet en kan de top dus niet naar links of rechts verschuiven en de symmetrieas is ook 0,0.
De top is dus (–c,0)

In de grafiek hierboven hebben we parameter “b” gevarieerd in de formule y= (x+b)2. Dit is de grafiek met de positieve waarden voor parameter “b”. We hebben ze gescheiden, omdat het zo overzichtelijker is. Als waarden voor parameter “b” hebben we gekozen:
B=7
B=0
B=2
Een groter getal, 0 en een kleiner getal. Met die getallen kan je goed zien wat voor invloed de parameter “b” heeft.

De parabolen gaan niet lager dan de x-as. De parabolen hebben dus geen negatieve waarden. Dat komt doordat parameter “c” hier niet gebruikt wordt. Die bepaalt juist de hoogte op de y-as van de parabool. De grafieken gaan dus daarom niet zo laag. Het valt ook op dat de grafieken allemaal dalparabolen zijn.

Dat komt omdat er geen – voor de “x” staat. Dus dalen de grafieken, en gaan ze niet beneden de x-as, omdat je uit een positief x2 geen negatieve uitkomsten kunt krijgen. Dus als je geen waarde voor parameter “c” hebt dan heeft een dalparabool geen negatieve waarde voor de y-as.

Parameter “b” bepaalt of de grafiek naar links of naar rechts verschuift. Hoe kleiner het getal, hoe verder de parabool naar rechts verschuift. Hoe groter het getal, hoe verder de parabool verwijderd zit van de y-as. Dat is zo omdat grotere getallen met grotere stappen ‘opzij’ gaan. Als parameter “b” positief is, dan zit de top aan de linker kant van de y-as, dus in het negatieve gedeelte van de x-as.

Je zit met de formule die we nu gebruiken sowieso op de x-as. Dat is zo omdat parameter “c” niet gebruikt wordt, en die bepaalt de hoogte van de parabool. Daarom zijn de coördinaten sowieso: (0...). De top ligt namelijk gewoon op de x-as. Dus is de waarde van het x- coördinaat van de top 0. Voor parameter “b” kun je echter zelf een waarde bepalen. Dat is dus onbekend. Dus het y- coördinaat van de top is ‘b’. De coördinaten van de top zijn dus: (0,b).

En dit is de grafiek voor de negatieve waarden voor parameter “b”. Als waarden hebben we gekozen:
B= -2
B= -8
B= -5
Het zijn allemaal dalparabolen, omdat ze dalen en het x2 is niet negatief. Maar deze dalparabolen gaan niet beneden de x-as. Dat komt omdat we parameter “c” nu niet gebruiken, en de parameter “c” bepaalt juist hoe laag de parabool op de y-as komt t e liggen. Als je parameter “c” niet gebruikt, heb je dus geen negatieve uitkomsten voor de y-as. Hoe kleiner de waarde van parameter “b”, hoe verder de parabool naar rechts verschuift. Hoe dichter parameter “b” bij 0 ligt, hoe verder de parabool naar links verschuift. Dat is zo omdat parameter “b” bepaalt hoe ver de parabool opzij schuift. Hoe groter de waarde voor parameter “b”, hoe verder de parabool naar rechts verschuift. Hoe kleiner de waarde voor parameter “b”, hoe verder de parabool naar links verschuift. Zie voor verdere uitleg de vorige grafiek (met de positieve waarden) bij deze opdracht.

Hyperbolisch

De standaardvorm van een hyperbolische formule is y= 1: x. Hierboven zie je de grafiek bij de standaardvorm. Deze grafiek (een hyperbool) bestaat eigenlijk uit twee delen. Voor 0 heeft een hyperbolische formule dan ook geen uitkomsten, hij kan de oorsprong namelijk niet snijden.

Nu gaan we variëren met parameter “a” en er achter proberen te komen wat voor invloed die deze parameter heeft op de grafiek. Dus we stellen parameter “b” in op 0. We nemen hier verschillende waarden voor, waarmee we goed de effecten kunnen bekijken op de grafiek.
Eerst nemen we de positieve waarden.
We kiezen voor:
A= 15
A = 7

A = 3
We nemen grotere en kleinere getallen hiervoor, en we scheiden de negatieve en positieve waarden voor parameter “a” voor de overzichtelijkheid.

In deze grafiek zie je duidelijk de verticale asymptoten. Asymptoten zijn de horizontale of verticale lijnen waar de grafiek steeds verder naar toe gaat. Je krijgt een asymptoot als je bij de standaardvorm de parameter “a” of “b” varieert. Als je 1 van die parameters varieert, verschuift de grafiek namelijk horizontaal of verticaal. Als je “a” varieert verschuift de grafiek horizontaal, en krijg je dus een verticale asymptoot. Als je “b” varieert verschuif je de grafiek verticaal, en krijg je een horizontale asymptoot. Hier hebben we dus parameter “a” gevarieerd, en niet parameter “b”. Dat kun je zien aan de asymptoten. Er zijn verticale asymptoten verschenen in de grafiek, dat geeft eigenlijk de y-as aan voor die grafiek, omdat ze zover horizontaal verschoven zijn. Het valt op dat hoe groter het getal is, hoe verder die naar links verschuift, dus van de y-as vandaan. Dat komt omdat we parameter “a” varieerden, en die bepaalt hoe ver de grafiek horizontaal verschuift, dus hoe groter het getal, hoe verder die grafiek wordt verschoven.

Dit is de grafiek met de negatieve waarden voor parameter “a”. Eigenlijk is het principe hier hetzelfde als bij de vorige grafiek. Ook hier zie je weer verticale asymptoten, omdat de grafiek horizontaal verschuift, net zoals bij de vorige grafiek. Alleen verschuiven hier de grafieken naar rechts. Hoe kleiner het getal, hoe verder hij naar rechts verschuift, van de y-as af. Dus eigenlijk zijn de twee grafieken het tegenovergestelde van elkaar. Bij de vorige grafiek gold: “Hoe groter het getal, hoe verder de grafiek naar links gaat” Hier geldt: “Hoe kleiner het getal, hoe verder de grafiek naar rechts gaat”. Dat komt omdat de parameter “a” hier negatief is, en dan beweegt de grafiek naar rechts. Als de parameter “a” positief is, beweegt de grafiek juist naar links.

Nu gaan we met parameter “b” variëren. Eerst moeten we dan parameter “a” instellen op 0. Als positieve waarden voor parameter “b” kiezen we:
B= 3
B= 7
B= 15
We kiezen steeds deze getallen omdat je dan goed de variatie in de grafiek kan zien, en dus ook de invloed van de parameter “b” in de grafiek.

Dit zijn de grafieken voor de positieve waarden voor parameter “b”.
Ook hier is een asymptoot zichtbaar, alhoewel hij bijna gelijk loopt met de y-as, en niet goed te zien is. De grootste waarden voor parameter “b” zitten het hoogste op de y-as. Parameter “b” bepaalt dus de hoogte van de grafieken op de y-as. Hoe lager het getal, hoe lager hij ook zit op de y-as. Er is een verticale asymptoot getekend in de grafiek, omdat de grafieken verticaal verschoven zijn.

En dit zijn de grafieken voor de negatieve waarden voor parameter “b”. Hier verschuiven de grafieken juist verticaal naar beneden, in de negatieve waarden van y. Dat betekent dus: als parameter “b” positief is, verschuift de grafiek van de formule naar boven, in hoeverre hij naar boven verschuift is afhankelijk van de grootte van het getal (hoe groter het getal, hoe verder de grafiek op de y-as naar boven verschuift). Als parameter “b” negatief is, verschuift de grafiek van de formule naar onderen, in hoeverre hij naar onderen verschuift is afhankelijk van de grootte van het getal (hoe kleiner het negatieve getal, hoe verder de grafiek naar onderen verschuift op de y-as).

Exponentieel

Eerst gaan we onderzoeken of “b” de parameter is waarmee de grafiek verschoven kan worden op de y-as of dat die parameter “g” is. Dus we variëren de waarden voor parameter “b”. We kiezen hiervoor een negatief en een positief getal voor parameter “b”, namelijk –7 en 4. We zien dat de parameter “b” wel de plaats bepaalt waar de grafiek de y-as snijdt. De y-as wordt namelijk gesneden bij het getal wat ook is ingevuld in de formule. Dus vul je 4 in voor parameter “b”, dan wordt de y-as gesneden bij 4. Dat geldt ook voor negatieve getallen: vul je –2 in, dan snijdt de grafiek de y-as bij –2.

Bij de vorige opdracht hebben we geconcludeerd dat parameter “b” de parameter is waarmee je bepaalt waar de grafiek de y-as snijdt. Parameter “b” is dus het startgetal. Bij parameter “g” staat er een x boven, dus per stapje op de x-as komt er een bepaalde hoeveelheid op de y-as bij. Dus parameter “g” wordt het hellingsgetal genoemd, omdat dat er dus steeds bijkomt.

We gaan nu onderzoeken welke 2 waardes voor parameter ”g” geen exponentieel verband hebben.
Je ziet hieronder dat we voor de parameter “g” 1 en –1 hebben ingevuld.
Als ergens de waarde “x” staat is dat altijd 1. Je hoeft dan niet 1x neer te zetten, omdat x zelf al 1 is. Dus als je 11 kwadraat hebt, zoals in dit geval, is dat gewoon 1, want 1 . 1 =1. Daardoor komt het dus dat je gewoon een rechte lijn krijgt, in plaats van een exponentiele grafiek. Dat geldt dan natuurlijk dus ook voor –1. Het enige verschil is dat die rechte lijn negatief is.

Ook als je voor parameter “g” het getal 0 invult, komt er geen exponentieel verband, sterker nog, er verschijnt helemaal geen grafiek. Dat komt omdat 0x niks is. 0 keer een bepaald getal geeft namelijk geen uitkomst, dat is gewoon niks.

Nu gaan we onderzoeken en verklaren bij welke waarden van ‘g’ de grafiek stijgt of daalt. Hiervoor nemen we de waarden:
G= 2
G= -3
G= -15
G= 12

Dit zijn de positieve waarden. Deze grafieken worden niet negatief, dat komt omdat (positief . x) niet negatief kan worden, alleen maar positief. De kleinere getallen gaan veel langzamer naar rechts, dat komt omdat die minder snel stijgen dan de grotere getallen. Dus dit exponentiele verband is stijgend.

Dit zijn de negatieve waarden. Deze grafieken zijn dalend. Dat komt omdat de waarden negatief zijn, en (negatief . x) kan niet positief worden. Dus de grafieken komen niet boven de x-as uit en hebben geen positieve waarden voor de y-as. Dit is dus een dalend exponentieel verband.

Som en productgrafieken

1. Dit is een lineaire formule, dus de grafiek zal een rechte lijn vormen. Eerst hebben we y= 2x ingevuld. We hebben 2 gekozen als waarde voor parameter “a”.

Je ziet dat de blauwe lijn de ‘normale’ formule is, namelijk: y=2x. Het is een hele normale lineaire formule. Maar nu hebben we dezelfde formule toegevoegd, maar er alleen een waarde voor parameter “b” bijgezet, namelijk 3. Dit is de groene lijn in de grafiek. Je ziet dat de grafiek hoger komt te liggen, omdat parameter “b” het snijpunt met de y-as bepaalt. Het is ook logisch dat de grafiek hoger ligt, omdat er een extra getal bij de uitkomst wordt opgeteld, namelijk 3.

Dit is de grafiek waarin y=2x + 3 en y=3x + 4 bij elkaar worden opgeteld.
2x + 3 + 3x + 4 = 5x + 7
Je ziet hieronder dat de as gesneden wordt bij 7, dat komt omdat “7” in de formule het snijpunt met de y-as is.

Hieronder zie je de grafiek waarbij ik x2 en 2x+3 heb samengevoegd.

De parabolen vorm komt van het x2, Het snijpunt van de y-as is 3, dat getal komt van de andere formule. Bij die formule was het snijpunt met de y-as ook al 3. Omdat de andere formule geen extra parameter heeft die ervoor zorgt waar de y-as gesneden wordt, is het getal gewoon 3. De grafiek heeft geen snijpunten met de x-as, omdat de parabool een dal is, en er geen negatieve getallen zijn ingevuld.

Je ziet hieronder een grafiek.

Bij de eerste formule (blauw) heb ik de formule ingevuld zonder te vermenigvuldigen. Bij de groene grafiek heb ik wel vermenigvuldigd, het valt gelijk op dat de vermenigvuldigde grafiek veel sneller stijgt dan de ander. Ook valt het op dat het snijpunt met de y-as dubbel zo ver naar beneden ligt.
Over de snijpunten met de x-as is ook iets te zeggen, ze snijden allebei bij −2 en 2.
Omdat de groene grafiek 2 keer zo ver naar beneden zit als de blauwe, en ook 2 keer zo snel stijgt, snijden ze elkaar daar bij de x-as.

Bij de blauwe grafiek heb ik eerst vermenigvuldigt en toen opgeteld. Bij de groene heb ik dat andersom gedaan.
De blauwe grafiek heeft een snijpunt met de y-as van 4. Dat komt omdat ik bij parameter “b” 4 heb ingevuld. Verder gaat hij steiler omhoog omdat het x2 keer 3 is.
De groene grafiek begin een stuk hoger. Dat komt doordat ook parameter “b” (4) vermenigvuldigt wordt met 3. Dit is 12, en daarom snijdt de grafiek de y-as ook bij 12.
Voor het hellingsgetal geldt hetzelfde.